

## Кількісні характеристики інформації

### Інформація. Безумовна ентропія

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  – дискретна множина повідомлень.

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$  – множина ймовірностей повідомлень.

$\sum_{i=1}^k p_i = 1$ , оскільки множина повідомлень повна.

$p_i = \frac{N_i}{N}$  – статистичне означення ймовірності.

1.  $I(a_i) = -\log(p_i) = \log(1/p_i)$  – кількість **інформації** в одному повідомленні. (2.4)

2.  $H(A) = \sum_{i=1}^k p_i I(a_i) = -\sum_{i=1}^k p_i \log(p_i)$  – **безумовна ентропія** джерела повідомлень, тобто мінімальна кількість (2.6, 2.8)

бітів (для основи логарифму 2), необхідних для кодування одного незалежного повідомлення (формула Шеннона).

3. Для  $k$  рівноймовірних повідомлень, а також для повідомлень, які складаються з  $k$  рівноймовірних елементів  $H(A) = \log k$  (формула Хартлі). (2.11)

4. Ентропія джерела, яке виробляє  $l$ -елементне повідомлення з  $k$  рівноймовірних елементів  $H(A) = l \log k$ .

5.  $I(N) = N \times H(A)$  – мінімальна кількість бітів, потрібних для кодування  $N$  незалежних повідомлень. (2.7)

### Умовна ентропія

6.  $p(b/a) = p(ab) / p(a)$ ,  
 $p(a/b) = p(ba) / p(b)$  – вираження умовної ймовірності події (2.14)

через сумісну ймовірність двох подій та безумовну ймовірність другої події.

7.  $p(a_i) = \sum_{j=1}^l p(b_j a_i)$ ,  
 – вираження безумовних ймовірностей через сумісні. (2.29)

8.  $p(b_j) = \sum_{i=1}^k p(a_i b_j)$ ,  
 $\sum_{i=1}^k p(a_i / b_j) = 1, j = 1 \dots l$ ,  
 – умови повноти безумовних ймовірностей. (2.24, 2.26)

$\sum_{j=1}^l p(b_j / a_i) = 1, i = 1 \dots k$

$H(A/b_j) = -\sum_{i=1}^k p(a_i / b_j) \log(p(a_i / b_j)), j = 1 \dots l$ ,

$H(B/a_i) = -\sum_{j=1}^l p(b_j / a_i) \log(p(b_j / a_i)), i = 1 \dots k$

9. – часткова умовна ентропія. (2.17, 2.18)

10.  $H(A/B) = \sum_{j=1}^l p(b_j) H(A/b_j) = -\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^k p(b_j a_i) \log(p(a_i / b_j))$ ,  
 – загальна умовна ентропія. (2.19 – 2.22)

$H(B/A) = \sum_{i=1}^k p(a_i) H(B/a_i) = -\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p(a_i b_j) \log(p(b_j / a_i))$ ,

### Ентропія об'єднання двох джерел

11.  $H(AB) = -\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p(a_i b_j) \log(p(a_i b_j))$  (2.36)

12.  $H(AB) = H(BA)$  – якщо події настають одночасно. (2.37)

13.  $H(AB) = H(A) + H(B/A) = H(B) + H(A/B)$  (2.40 – 2.41)

14.  $I(AB) = H(A) - H(A/B) = H(B) - H(B/A) = H(A) + H(B) - H(AB)$  – створене знання одним повідомленням. (2.43)

15. Властивості ентропії об'єднання:

$H(AB) = H(A) + H(B)$  – для статистично незалежних джерел;

$H(AB) = H(A) = H(B)$  – при повній статистичній залежності джерел;

$H(AB) \leq H(A) + H(B)$  – у загальному випадку.